



HOJA DE EJERCICIOS – GEOMETRÍA ANALÍTICA

Ejercicios propuestos por Comunidades para PAU 2026

Ejercicio 1. Modelo propuesto 2026 – ANDALUCÍA

Considera las rectas

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-k}{2} \text{ y } s \equiv \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$$

- Determina k sabiendo que ambas se cortan en un punto.
- Para $k = 0$, halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s

Ejercicio 2. Modelo propuesto 2026 – CANARIAS

En el espacio tridimensional, dados el punto $P(2, -1, 1)$ y las rectas r_1 y r_2 siguientes:

$$r_1: \begin{cases} 4x + 3y - 3z = 2 \\ 2x - 3y - 6z = 1 \end{cases}; \quad r_2: \frac{x+3}{2} = 2 - y = \frac{z+4}{3}$$

- Hallar la distancia entre el punto P y el punto de intersección de las rectas r_1 y r_2
- Hallar el ángulo con el que se cortan las rectas r_1 y r_2

Ejercicio 3. Modelo propuesto 2026 – ASTURIAS

A) Se consideran los puntos $A = (2, 1, 3)$ y $B = (0, -1, 1)$. (a) Encuentra la ecuación del plano π que cumple que los dos puntos son simétricos respecto a él. (b) Dado el plano $\pi' \equiv x + y + z = 3$, razona valores de y y de z para que $C = (2, y, z) \in \pi'$ y la distancia de C a A sea de 3 unidades.

B) Se consideran los puntos $P = (1, 1, 1)$, $Q = (1, 0, 1)$ y el vector $v = (1, -1, 1)$. (a) Calcula la ecuación continua de la recta r que pasa por P y en la dirección de v . (b) Calcula las ecuaciones de la recta s que corta a r perpendicularmente y que pasa por Q . (c) (1 punto) Calcula la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s .

Ejercicio 4. Modelo propuesto 2026 – GALICIA

A) (a) Considere el triángulo de vértices $A(0, 0, 0)$, $B(2, 4, 0)$ y $C(5, 0, 0)$. Utilizando productos vectoriales, calcule su área. Luego, compruebe el resultado mediante otro método. (b) Calcule la distancia del punto $P(2, 4, 2)$ al plano que pasa por los puntos $A(0, 0, 0)$, $C(5, 0, 0)$ y $D(0, 0, 3)$.

B) e consideran el plano $\pi: ax + y + z = 1$ y la recta:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$$

Estudie la posición relativa de π y r en función de a , obtenga el valor de a que hace que π y r sean perpendiculares y razone si r puede estar contenida en π o no.

C) Si π es el plano de ecuación $-3x + y + z = 1$, diga qué valor debe tomar el parámetro real b para que la recta r esté contenida en π .

$$s: \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$$

Ejercicio 5. Modelo propuesto 2026 – MADRID

Un equipo de ingenieros está trabajando en un nuevo modelo de dron para tomar fotografías del estado del tráfico. Elegido un sistema de coordenadas, el dron tiene $A(1, 0, 2)$ como punto de partida y un cierto tramo de autopista está contenido en el plano $\pi: x + y + 2z + 1 = 0$. Las fotografías se deben tomar perpendicularmente al plano π . Se toma el punto $C(0, -3, 1)$ de π para calibrar el dron.

a) Determine la distancia del dron en el punto de partida A al plano π y halle una ecuación del plano en el que el dron vuela manteniendo en todo momento la misma distancia al plano π . Este plano recibe el nombre de plano de vuelo.

b) Responda solo a uno de los dos apartados siguientes:

b1) El dron se mueve en línea recta en el plano de vuelo desde el punto de partida A al punto Mas cercano a C . Halle una ecuación de la recta que contiene la trayectoria lineal que recorre el dron para fotografiar C .

b2) La fotografía obtenida de C a esa distancia no tiene buena definición. Se decide acercar el dron desde el punto de partida A descendiendo perpendicularmente al plano π para situarse en A' , a la mitad de la distancia original. Calcule el ángulo formado por el plano π y la recta que pasa por C y A' .

Ejercicio 6. Modelo propuesto 2026 – CASTILLA LA MANCHA

Responde justificadamente los siguientes apartados

A) (a) Determina razonadamente el punto (x, y) de la parábola $y = x^2 + 1$ en el que la suma de sus coordenadas alcanza su mínimo valor. b) Encuentra razonadamente la ecuación de la recta normal a la gráfica de la parábola dada en el punto de abscisa $x = -1/2$.

B) Para las fiestas del Corpus Christi que se celebran en Toledo, se instalan toldos en las calles por las que transcurre la procesión. En una de ellas, los operarios colocan los siguientes puntos de apoyo: $A(0, 1, -2)$, $B(1, 2, 0)$, $C(0, 0, 1)$ y $D(1, 0, m)$, con $m \in \mathbb{R}$. (a) Calcula el valor de m para que los cuatro puntos sean coplanarios. (b) Determina la ecuación del plano π que contiene al toldo. (c) [0,50 puntos] Si los adornos florales deben estar como mínimo a 1 metro de distancia del toldo y se ha colocado un adorno de flores en el punto $P(1, 2, 3)$, ¿estará correctamente ubicado?

C) Sean el punto $A(1, 1, a)$ y el plano $\pi \equiv b \cdot x + y + z = 1$, con $a, b \in \mathbb{R}$. (a) ¿Qué deben cumplir los valores a, b para que el punto A esté contenido en el plano π y éste tenga como vector normal uno que es perpendicular al vector $\vec{u} = (1, 2, 0)$? (b) Con los valores de a, b del apartado anterior, determina la ecuación de la recta perpendicular al plano π y que pasa por el punto A

Ejercicio 7. Modelo propuesto 2026 – CASTILLA Y LEÓN

A) Sean las rectas

$$r = \begin{cases} x = 1 \\ y = \alpha \\ z = \alpha \end{cases} \quad y \quad s = \begin{cases} x - z = 3 \\ y - 3z = 4 \end{cases}$$

(a) Estudiar la posición relativa de r y s . (b) Hallar el punto simétrico a $P(1, 0, 1)$ respecto de la recta r . (c) Calcular el plano que contiene a la recta s y al punto $P(1, 0, 1)$

B) Los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(2, 2, 2)$ y $C(1, 3, 3)$ son vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$. (a) Calcular el área del paralelogramo. (b) Hallar la ecuación general del plano que contiene a dicho paralelogramo (c) Calcular las coordenadas del vértice D .



HOJA DE EJERCICIOS – GEOMETRIA ANALÍTICA

Ejercicios de carácter competencial propuestos por Academia de Ciencias Lógica para PAU 2026

Ejercicio 1. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Dos aviones comerciales siguen trayectorias rectilíneas definidas por las siguientes rectas (donde el parámetro t representa el tiempo):

$$r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad s : \frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{4}$$

a) Estudia la posición relativa de ambas trayectorias. ¿Existe algún riesgo de colisión? b) Si las trayectorias se cruzaran sin cortarse, calcula la distancia mínima de seguridad entre ambos aviones.

Ejercicio 2. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

El tejado de una vivienda bioclimática está contenido en el plano $\pi : 2x - y + 2z - 6 = 0$. Se desea instalar un mástil vertical para una antena que parte del punto $P(1, 1, 5)$.

(a) Halla la ecuación de la recta que define la trayectoria del mástil si este debe ser perpendicular al tejado. (b) Calcula el punto exacto de la superficie del tejado donde se anclará el mástil. (c) Determina el ángulo que forma el tejado con el plano horizontal del suelo (eje $z = 0$).

Ejercicio 3. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Un equipo de rescate recibe una señal de emergencia desde un punto $A(2, -1, 3)$. La base de operaciones está en el origen de coordenadas $O(0, 0, 0)$ y disponen de un helicóptero que solo puede aterrizar en una pista rectilínea definida por la recta $r : (x, y, z) = (1, 0, 1) + \lambda(1, 2, -1)$. (a) Calcula el punto de la pista de aterrizaje que se encuentra a la mínima distancia del lugar de la emergencia. (b) Si el helicóptero tiene una autonomía de 4 unidades de distancia, ¿podrá llegar directamente desde la pista al punto A?

Ejercicio 4. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

En una cadena de montaje robotizada, un sensor láser situado en el punto $A(3, 2, 1)$ debe calibrarse reflejando su haz de luz en un espejo plano definido por $\pi : x + y + z - 3 = 0$. (a) Halla las coordenadas del punto simétrico de A respecto al plano del espejo (punto donde se proyecta la imagen virtual). (b) Calcula la distancia del sensor al espejo.

Ejercicio 5. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Un túnel ferroviario se proyecta como la intersección de dos planos geológicos de falla: $\pi_1 : x - 2y + z = 1$ y $\pi_2 : 2x + y - z = 3$. (a) Determina la ecuación de la recta que define el eje del túnel. (b) Halla un punto del túnel que se encuentre a una distancia de $\sqrt{6}$ unidades del punto de control $C(1, 1, 1)$.

Ejercicio 6. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Una excavación minera tiene forma de tetraedro con vértices en los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(3, 1, 1)$, $C(1, 4, 1)$ y $D(1, 1, 5)$. (a) Calcula el volumen de tierra extraído de la excavación (Volumen del tetraedro). (b) Determina la ecuación del plano que contiene a la base formada por los puntos A , B y C .

Ejercicio 7. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Se desea instalar una estación base de telefonía que debe situarse en la recta que pasa por los puntos $A(1, 0, 2)$ y $B(0, 1, 3)$. (a) Escribe la ecuación de la recta r que une ambos puntos. (b) Determina la ecuación del plano que contiene a la recta r y que además pasa por el punto $P(2, 2, 2)$.

Ejercicio 8. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Un brazo robótico debe soltar una carga en el punto exacto de un suelo inclinado $\pi : 3x - y + 2z = 10$ que sea la proyección vertical de su posición actual $Q(4, 5, 8)$. (a) Halla la proyección del punto Q sobre el plano π siguiendo la dirección perpendicular al plano. (b) Si el brazo solo puede moverse en la dirección del eje Z , ¿en qué punto del plano dejaría la carga?