



Solucionario: Campo Eléctrico

1. Ejercicio 1 - Aragón (Movimiento en Campo Uniforme)

Resolución

Análisis del movimiento

Datos: $E = 2500 \text{ V/m}$ (horizontal hacia derecha, $\vec{i}$), $d = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$. Partícula: Protón ($q = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$).

1. **Líneas y Superficies:** Las líneas de campo eléctrico salen de las cargas positivas y van hacia las negativas. Al ser uniforme y sentido positivo del eje horizontal, son líneas paralelas equidistantes dirigidas hacia la derecha. Las superficies equipotenciales son planos perpendiculares a las líneas de campo (verticales en este caso). El potencial disminuye en el sentido del campo.
2. **Desplazamiento del protón:** Al ser una carga positiva, la fuerza eléctrica $\vec{F} = q\vec{E}$ tiene el mismo sentido que el campo.

$$\vec{F} > 0 \quad (\text{Hacia la derecha})$$

El protón se desplazará acelerando en el **sentido positivo del eje horizontal**.

3. **Velocidad final (v):** Podemos resolverlo por energías (Teorema de las Fuerzas Vivas). El trabajo del campo eléctrico se convierte en energía cinética.

$$W_{elec} = \Delta E_c \Rightarrow F \cdot d = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$qEd = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2500 \cdot 0,15}{1,67 \cdot 10^{-27}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{1,2 \cdot 10^{-16}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = \sqrt{7,185 \cdot 10^{10}} \approx 2,68 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

2. Ejercicio 2 - Andalucía (Campo y Potencial)

a) Cuestiones teóricas

- i) **Campo nulo:** Sí, puede ser nulo. Si las cargas tienen el **mismo signo**, los vectores campo eléctrico generados por cada una en los puntos intermedios del segmento tienen sentidos opuestos. Existirá un punto donde se anulen mutuamente.
- ii) **Potencial nulo:** El potencial es un escalar $V = k \sum \frac{q_i}{r_i}$. Como las distancias r son siempre positivas, para que la suma sea cero, es necesario que las cargas tengan **signos opuestos**. Si tienen el mismo signo, el potencial nunca será nulo en el segmento (salvo en el infinito).

b) Cálculo de carga y distancia

Datos en punto P: $E = 2000 \text{ N/C}$, $V = 6000 \text{ V}$. Carga q en el origen. Expresiones (en valor absoluto para magnitudes):

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \quad ; \quad V = k \frac{q}{r}$$

Dividimos ambas expresiones:

$$\frac{V}{E} = \frac{kq/r}{kq/r^2} = r$$

$$r = \frac{6000}{2000} = 3 \text{ m}$$

Sustituimos r para hallar q :

$$V = k \frac{q}{r} \Rightarrow 6000 = 9 \cdot 10^9 \frac{q}{3}$$
$$q = \frac{18000}{9 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 2 \mu\text{C}$$

3. Ejercicio 3 - Asturias (Gravitación y Electrostatica)

1) Gravitación (Esferas A y B)

Datos: $m_A = 5 \text{ kg}$, $m_B = 10 \text{ kg}$, $d_{AB} = 1 \text{ m}$. Masa $m = 0,1 \text{ kg}$. Punto Q a 0,4 m de A (por tanto, a 0,6 m de B). Punto S a 0,8 m de B (por tanto, a 0,2 m de A).

a) **Intensidad de campo gravitatorio en Q:** $\vec{g}_Q = \vec{g}_A + \vec{g}_B$. Situamos A en el origen. Q está en $x = 0,4$. $\vec{g}_A$ atrae hacia A (izquierda, $-i$). $\vec{g}_B$ atrae hacia B (derecha, $+i$). $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$.

$$g_A = G \frac{5}{0,4^2} = 31,25G \quad ; \quad g_B = G \frac{10}{0,6^2} = 27,78G$$

$$\vec{g}_Q = (-31,25G + 27,78G)\vec{i} = -3,47G\vec{i} \approx -2,31 \cdot 10^{-10} \vec{i} \text{ N/kg}$$

b) **Trabajo gravitatorio (Q a S):** $W_{campo} = -m(V_S - V_Q)$. Potencial gravitatorio $V = -GM/r$.

$$V_Q = -G \left(\frac{5}{0,4} + \frac{10}{0,6} \right) = -G(12,5 + 16,67) = -29,17G$$

$$V_S = -G \left(\frac{5}{0,2} + \frac{10}{0,8} \right) = -G(25 + 12,5) = -37,5G$$

$$W = -0,1 \cdot [-37,5G - (-29,17G)] = -0,1 \cdot (-8,33G) = +0,833G \approx 5,56 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Como $W > 0$, el trabajo lo realiza el campo, el proceso es **espontáneo** (la masa cae hacia zonas de menor potencial, acercándose a A).

c) Punto de equilibrio: $g_A = g_B \Rightarrow G \frac{m_A}{x^2} = G \frac{m_B}{(1-x)^2}$.

$$\frac{5}{x^2} = \frac{10}{(1-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{2}{(1-x)^2}$$

$$(1-x) = \sqrt{2}x \Rightarrow 1 = x(1 + \sqrt{2}) \Rightarrow x = \frac{1}{2,414} \approx 0,414 \text{ m desde A.}$$

2) Electrostática (Cargas puntuales)

Datos: $q_1 = 10 \mu\text{C}$, $q_2 = -40 \mu\text{C}$, $d = 1 \text{ m}$.

a) Campo eléctrico nulo: Como tienen signos opuestos, el punto nulo no puede estar entre ellas. Debe estar fuera, del lado de la carga menor en módulo (q_1). Sea x la distancia desde q_1 hacia la izquierda.

$$k \frac{|q_1|}{x^2} = k \frac{|q_2|}{(1+x)^2} \Rightarrow \frac{10}{x^2} = \frac{40}{(1+x)^2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{1+x} \Rightarrow 1+x = 2x \Rightarrow x = 1 \text{ m}$$

El campo se anula a 1 m a la izquierda de q_1 .

b) Potencial eléctrico nulo: Aquí sí puede estar entre ellas o fuera.

$$V_1 + V_2 = 0 \Rightarrow k \frac{10 \cdot 10^{-6}}{x} + k \frac{-40 \cdot 10^{-6}}{1-x} = 0$$

$$\frac{10}{x} = \frac{40}{1-x} \Rightarrow 1-x = 4x \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = 0,2 \text{ m (entre cargas)}$$

c) Trabajo protón A $\rightarrow$ B: Requiere calcular V_A y V_B . Dado que $V_B = 0$ (calculado en apartado b), solo necesitamos V_A . A está a 1 m de q_1 y a 2 m de q_2 .

$$V_A = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{10 \cdot 10^{-6}}{1} + \frac{-40 \cdot 10^{-6}}{2} \right) = 9 \cdot 10^3 (10 - 20) = -90000 \text{ V}$$

$$W_{A \rightarrow B} = -q_p(V_B - V_A) = -1,6 \cdot 10^{-19} (0 - (-90000)) = -1,6 \cdot 10^{-19} (9 \cdot 10^4)$$

$$W = -1,44 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Trabajo negativo: se debe realizar fuerza externa contra el campo.

4. Ejercicio 4 - Castilla La Mancha (Péndulo Eléctrico)

Datos: $m = 0,05 \text{ kg}$, $E = 3000 \vec{i} \text{ V/m}$, $\theta = 25^\circ$.

a) Signo de la carga: La bola se desvía hacia la derecha, en el mismo sentido que el campo eléctrico $\vec{E}$. La fuerza eléctrica es $\vec{F}_e = q\vec{E}$. Para que $\vec{F}_e$ tenga el mismo sentido que $\vec{E}$, la carga q debe ser **positiva**.

b) Valor de la carga y tensión: Fuerzas: Peso ($P = mg$), Tensión (T), Fuerza eléctrica (F_e). En equilibrio (descomponiendo ejes): Eje X: $F_e - T \sin \theta = 0 \Rightarrow qE = T \sin \theta$ Eje Y: $T \cos \theta - P = 0 \Rightarrow mg = T \cos \theta$

Dividiendo ecuaciones:

$$\frac{qE}{mg} = \tan \theta \Rightarrow q = \frac{mg \tan \theta}{E}$$
$$q = \frac{0,05 \cdot 9,8 \cdot \tan(25^\circ)}{3000} = \frac{0,49 \cdot 0,4663}{3000} \approx 7,61 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

Tensión:

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{0,49}{\cos(25^\circ)} = \frac{0,49}{0,9063} \approx 0,54 \text{ N}$$

5. Ejercicio 5 - Canarias (Campo Resultante y Trabajo)

Datos: $q = 2 \mu\text{C}$. Cargas: $q_A = -2 \mu\text{C}$ en (2,0); $q_B = -2 \mu\text{C}$ en (0,3); $q_O = +6 \mu\text{C}$ en (0,0). (Nota: El enunciado dice "Dos de ellas tienen carga -q... Una tercera tiene valor +3q". Si $q = 2 \mu\text{C}$, entonces son $-2 \mu\text{C}$ y $+6 \mu\text{C}$).

a) Campo en C (2,2):

- $\vec{E}_A$ (por carga en 2,0): Vector va de C a A (atracción). Distancia $r = 2$. Dirección $-\vec{j}$. $E_A = k \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2^2} = 4500 \text{ N/C}$. $\vec{E}_A = -4500\vec{j}$.
- $\vec{E}_B$ (por carga en 0,3): Vector de C a B. Vector posición $\vec{r} = (0-2)\vec{i} + (3-2)\vec{j} = -2\vec{i} + \vec{j}$. $r = \sqrt{5}$. $E_B = k \frac{2 \cdot 10^{-6}}{5} = 3600 \text{ N/C}$. Unitario $\vec{u} = \frac{-2\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{5}}$. $\vec{E}_B = 3600 \cdot \vec{u} \approx -3220\vec{i} + 1610\vec{j}$.
- $\vec{E}_O$ (por carga en 0,0): Repulsión. Vector de O a C (2,2). $r = \sqrt{8}$. $E_O = k \frac{6 \cdot 10^{-6}}{8} = 6750 \text{ N/C}$. Unitario $\vec{u} = \frac{2\vec{i} + 2\vec{j}}{\sqrt{8}}$. $\vec{E}_O = 6750 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j} \right) \approx 4773\vec{i} + 4773\vec{j}$.

Suma total: $\vec{E}_{Total} = (0 - 3220 + 4773)\vec{i} + (-4500 + 1610 + 4773)\vec{j}$ $\vec{E}_{Total} = 1553\vec{i} + 1883\vec{j} \text{ N/C}$.

b) Trabajo C $\rightarrow$ D: Punto D (2,3). Calculamos V_C y V_D . V_C : $r_A = 2$; $r_B = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$; $r_O = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$. $V_C = 9 \cdot 10^3 \left(\frac{-2}{2} + \frac{-2}{\sqrt{5}} + \frac{6}{\sqrt{8}} \right) = 9000(-1 - 0,89 + 2,12) = 2070 \text{ V}$.

V_D : $r_A = 3$; $r_B = 2$; $r_O = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$. $V_D = 9 \cdot 10^3 \left(\frac{-2}{3} + \frac{-2}{2} + \frac{6}{\sqrt{13}} \right) = 9000(-0,67 - 1 + 1,66) = -90 \text{ V}$.

Trabajo para mover carga $+q = 2 \mu\text{C}$: $W_{ext} = \Delta E_p = q(V_D - V_C) = 2 \cdot 10^{-6}(-90 - 2070) = -4,32 \cdot 10^{-3} \text{ J}$. El trabajo solicitado "necesario para trasladar" suele referirse al trabajo externo. Si pidieran el trabajo del campo sería $W_{campo} = -W_{ext} = +4,32 \text{ mJ}$. Justificación: El trabajo lo debe realizar una **fuerza externa** para vencer las fuerzas eléctricas si el signo es negativo (energía ganada), o el campo si es positivo. Aquí la energía potencial disminuye, el trabajo del

campo es positivo, el campo lo hace espontáneamente. Si el cálculo es W_{ext} , es negativo, lo que significa que el campo ayuda.

6. Ejercicio 6 - Castilla y León (Triángulo Equilátero)

Datos: $q_1 = q_2 = 5 \text{ nC}$. Distancia $d = 10 \text{ cm}$. Punto A equidistante 10 cm. Forma un triángulo equilátero. Altura del triángulo: $h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8,66 \text{ cm}$.

a) Campo en A: Campos de repulsión formados por q_1 y q_2 . Ángulo de 60° con la horizontal. Módulos iguales: $E = k \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0,1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 4500 \text{ N/C}$. Componentes horizontales se anulan por simetría (signos opuestos en X). Componentes verticales se suman ($E_y = E \sin(60^\circ)$). $E_{Total} = 2E \sin(60^\circ) \vec{j} = 2 \cdot 4500 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} = 4500\sqrt{3} \vec{j} \approx 7794 \vec{j} \text{ N/C}$.

b) Trabajo traer 2 nC desde infinito: $W_{ext} = q'(V_A - V_\infty) = q'V_A$. Potencial en A (escalar): $V_A = 2 \cdot k \frac{q}{r} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0,1} = 2 \cdot 450 = 900 \text{ V}$. $W_{ext} = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 900 = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ J}$. **Interpretación del signo:** Positivo. Significa que un agente externo debe aportar energía para acercar la carga positiva contra la repulsión de las otras cargas positivas.

7. Ejercicio 7 - Madrid (Dipolo en Eje X)

Datos: $q_1(-5, 0) = -2 \text{ nC}$; $q_2(5, 0) = +2 \text{ nC}$. Punto A(5,4). Punto B(0,4).

a) Campo y Potencial en A(5,4): A está justo encima de q_2 (distancia 4 m). Distancia a q_1 : $r_1 = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} \approx 10,77 \text{ m}$.

- E_2 (de q_2 , repulsión, hacia $+\vec{j}$): $E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4^2} = 1,125 \text{ N/C}(\vec{j})$.
- E_1 (de q_1 , atracción, hacia q_1): $E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{116} = 0,155 \text{ N/C}$. Ángulo α con horizontal: $\cos \alpha = 10/\sqrt{116}$, $\sin \alpha = 4/\sqrt{116}$. $\vec{E}_1 = -0,155 \cos \alpha \vec{i} - 0,155 \sin \alpha \vec{j} = -0,144 \vec{i} - 0,058 \vec{j}$.
- $\vec{E}_{Total} = -0,144 \vec{i} + 1,067 \vec{j} \text{ N/C}$.

Potencial en A: $V_A = 9 \cdot 10^9 (\frac{-2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{116}} + \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4}) = 18(-0,093 + 0,25) = 2,83 \text{ V}$.

b) Trabajo A $\rightarrow$ B: Punto B(0,4) está en el eje Y (equidistante de las cargas, $r = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$). Al ser dipolo y equidistante, los potenciales se anulan. $V_B = k(-q/r) + k(q/r) = 0 \text{ V}$. Trabajo del campo: $W_{campo} = -q_0 \Delta V = -3 \cdot 10^{-9} (V_B - V_A) = -3 \cdot 10^{-9} (0 - 2,83) = +8,49 \cdot 10^{-9} \text{ J}$.

8. Ejercicio 8 - Galicia (Teoría y Triángulo)

1) Cuestión Electrón en Campos E y B paralelos: Electrón en reposo ($v_0 = 0$). $\vec{E} \parallel \vec{B}$. La fuerza magnética inicial es nula ($F_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 0$ pues $v = 0$). La fuerza eléctrica actúa: $\vec{F}_e = q\vec{E}$. Acelera al electrón en dirección opuesta al campo (carga negativa). El electrón adquiere velocidad paralela (antiparalela) a $\vec{E}$, y por tanto paralela a $\vec{B}$. Como $\vec{v} \parallel \vec{B}$, el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$ sigue siendo cero. Nunca hay fuerza magnética. El movimiento es **rectilíneo uniformemente acelerado** (opción c).

2) Triángulo equilátero 0,7 m: Cargas: $q_1 = +1 \mu C$, $q_2 = -1 \mu C$, $q_3 = -2 \mu C$ (en vértice estudio). a) **Campo en vértice de la carga -2:** Calculamos el campo creado por q_1 y q_2 en ese vértice. Distancia $d = 0,7 \text{ m}$. $E = k \frac{q}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{0,49} \approx 18367 \text{ N/C}$. Los módulos de E_1 y E_2 son iguales. Vectores forman ángulo de 120° (E_1 repulsión saliente, E_2 atracción hacia carga). La resultante de dos vectores iguales con ángulo 120° tiene el mismo módulo que ellos. $E_{Total} = 18367 \text{ N/C}$.

b) **Trabajo llevar carga -2 a infinito:** Es la energía potencial de interacción de esa carga con las otras dos. $W_{campo} = E_{p, inicial} - E_{p, final}(0)$. $E_p = q_3(V_1 + V_2)$ en el vértice. $V_{total} = k \frac{10^{-6}}{0,7} + k \frac{-10^{-6}}{0,7} = 0 \text{ V}$. Como el potencial creado por $+1$ y -1 a la misma distancia se anula, la energía potencial es cero. $W = 0 \text{ J}$.

9. Ejercicio 9 - Murcia (Punto Medio)

Hipotenusa. Triángulo rectángulo isósceles (catetos a , hipotenusa $a\sqrt{2}$). Punto P medio de hipotenusa. Distancia de los vértices a P es la mitad de la hipotenusa: $r = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \approx 7,07 \text{ m}$. Cargas en vértices agudos: $+2q$ y $-q$. Carga en vértice recto: no se indica (asumimos vacío o solo las dos indicadas). Mirando la figura, parece haber cargas en los vértices del cateto vertical ($+2q$) y horizontal ($-q$). Campo en P: Vector hacia P desde $+2q$ (repulsión). Vector hacia $-q$ desde P (atracción). Las direcciones son a lo largo de la hipotenusa. Ambos vectores apuntan hacia el vértice de $-q$. Se suman. $E_1 = k \frac{2q}{r^2}$; $E_2 = k \frac{q}{r^2}$. $E_{Total} = E_1 + E_2 = k \frac{3q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{50}$. $E = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-3}}{50} = \frac{54 \cdot 10^6}{50} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ N/C}$. Dirección: A lo largo de la hipotenusa hacia la carga negativa.

10. Ejercicio 10 - Comunidad Valenciana (Simetría)

a) **Representación:** Cargas: $+Q$ (izquierda), $-Q$ (derecha), $-2Q$ (arriba). Punto P (centro).

- Campo de $+Q$: Hacia la derecha (repulsión).
- Campo de $-Q$: Hacia la derecha (atracción).
- Campo de $-2Q$: Hacia arriba (atracción).

Suma horizontal: Derecha ($E_Q + E_Q \propto 2Q$). Suma vertical: Arriba ($E_{2Q} \propto 2Q$). El vector resultante tendrá componentes iguales derecha y arriba (45°). Corresponde al vector ****II****.

b) **Potencial:** $V_{+Q} = 90 \text{ V} \Rightarrow kQ/d = 90$. El potencial es escalar. $V_{Total} = V_{+Q} + V_{-Q} + V_{-2Q} = 90 + (-90) + (-2 \cdot 90) = -180 \text{ V}$.

c) **Cálculo:** $Q = 1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$. $kQ/d = 90 \Rightarrow 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}/d = 90 \Rightarrow 9/d = 90 \Rightarrow d = 0,1 \text{ m}$. Fuerza sobre la carga $-2Q$: Campo en la posición de $-2Q$ creado por $+Q$ y $-Q$. Distancia desde ellas: $r = \sqrt{d^2 + d^2} = d\sqrt{2}$. Es más fácil calcular vectorialmente, pero por simetría: $+Q$ atrae, $-Q$ repele. Fuerza neta sobre $-2Q$: Horizontal hacia la izquierda. $F = F_{+Q} \cos(45) + F_{-Q} \cos(45)$. $F = 2 \cdot (k \frac{Q(2Q)}{(d\sqrt{2})^2} \frac{\sqrt{2}}{2}) = 2 \cdot k \frac{2Q^2}{2d^2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} k \frac{Q^2}{d^2}$. $F = \sqrt{2} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-18}}{0,01} = 1,27 \cdot 10^{-6} \text{ N}$.