



HOJA DE EJERCICIOS – INTEGRALES DEFINIDAS

Ejercicios propuestos por Comunidades para PAU 2026

Ejercicio 1. Modelo propuesto 2026 – ANDALUCÍA

A) La contaminación por dióxido de nitrógeno, NO₂, en cierta estación de medición de una ciudad, durante el pasado:

$$c(t) = 80 - 6t + \frac{23t^2}{20} - \frac{t^3}{30}$$

Calcula, mediante:

$$\frac{1}{30} \int_0^{30} c(t) dt,$$

el nivel promedio del mes.

B) Considera la función $f : (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\sqrt{1 + \cos(x)}}.$$

Calcula

$$\int_0^{\pi} f(x) dx$$

Estudia la simetría de la función f y deduce de ella el valor de:

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

Ejercicio 2. Modelo propuesto 2026 – CANARIAS

Considere la función $f(x) = \tan^3(x)$. Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x=0$ y $x=\pi/4$

Ejercicio 3. Modelo propuesto 2026 – ASTURIAS

Dada la función $f(x) = \cos^4(x) \sin(x)$. Calcula el área limitada por f , el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = \pi$.

Ejercicio 4. Modelo propuesto 2026 – GALICIA

Calcule el área encerrada por las gráficas de las funciones $f(x) = -x^2 + 2$ y $g(x) = |x|$. Razone, sin calcular la integral, si

$$\int_1^2 x e^x dx$$

Luego, calcule la integral.

Ejercicio 5. Modelo propuesto 2026 – MADRID

Dada:

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{|x| + 1}$$

Se pide: Hallar

$$\int_{-1}^0 f(x) dx$$

Ejercicio 6. Modelo propuesto 2026 – CASTILLA Y LEÓN

Dada la función $f(x) = e^{-x}(x - 1)$, Calcular el área de la región limitada por la gráfica de la función f y el eje de abscisas en el intervalo $[1,3]$



HOJA DE EJERCICIOS – INTEGRALES DEFINIDAS

Ejercicios de carácter competencial propuestos por Academia de Ciencias Lógica para PAU 2026

Ejercicio 1. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Un prototipo de dron se mueve en un túnel de viento. Su velocidad vertical en metros por segundo viene dada por la función $v(t) = t^2 - 4t + 3$ durante el intervalo $t \in [0, 4]$. (a) Calcula el desplazamiento neto del dron (la integral definida de la velocidad) entre $t = 0$ y $t = 4$. (b) Calcula la distancia total recorrida por el dron. Justifica por qué este valor es diferente al desplazamiento neto basándote en el signo de la función.

Ejercicio 2. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Se desea diseñar un parterre de flores delimitado por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = -x^2 + 4x$. (a) Determina los puntos de corte entre ambas funciones para establecer los límites del parterre. (b) Calcula el área total de la superficie que ocuparán las flores mediante la integral definida de la diferencia de las funciones.

Ejercicio 3. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

La temperatura en una estación de esquí durante un día de invierno se modeliza mediante la función $T(t) = -2 - 5 \cos(\pi t/12)$, donde t es el tiempo en horas desde la medianoche ($0 \leq t \leq 24$). (a) Calcula la temperatura media del día utilizando el Teorema del Valor Medio para integrales. (b) ¿En qué momento del día la temperatura real coincide exactamente con la temperatura media calculada?

Ejercicio 4. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Una fábrica ha implementado un plan de reducción de emisiones. La tasa de emisión de CO₂ (en toneladas/mes) viene dada por $E(t) = 10 + 5e^{-0.1t}$, donde t es el tiempo en meses desde el inicio del plan. (a) Calcula la cantidad total de CO₂ emitida durante el primer año (de $t = 0$ a $t = 12$). (b) Si el objetivo es que la emisión acumulada en dos años no supere las 300 toneladas, justifica mediante el cálculo integral si la empresa cumplirá su objetivo.

Ejercicio 5. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

El contorno de una letra de un logotipo está definido por la función $f(x) = \ln(x)$, el eje de abscisas y las rectas verticales $x = 1$ y $x = e$. (a) Calcula el área de dicha región utilizando la integral definida. (b) Si se escala el logotipo duplicando la función a $g(x) = 2 \ln(x)$, ¿se duplica también el área? Justifica la respuesta.

Ejercicio 6. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Sea la función definida de forma integral

$$F(x) = \int_0^x (t^2 - 3t + 2) dt.$$

(a) Sin calcular la integral explícitamente, halla los puntos donde la función $F(x)$ presenta máximos o mínimos relativos en el intervalo $[0, 3]$. (b) Calcula el valor de $F(2)$ e interpreta su significado geométrico respecto a la función $f(t) = t^2 - 3t + 2$.

Ejercicio 7. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Un panel solar genera energía a un ritmo de $W(t) = 100 \sin(\pi t/12)$ vatios, donde t son las horas de sol ($0 \leq t \leq 12$). (a) Calcula la energía total acumulada (vatios-hora) durante las 12 horas de luz. (b) Determina en qué intervalo de tiempo se genera el 50% central de la energía total.

Ejercicio 8. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Considera la función

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$$

(a) Calcula el área encerrada por la curva, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 1$. (b) Explica cómo cambia el planteamiento si se pide el área entre $x = -1$ y $x = 1$, teniendo en cuenta las posibles raíces de la función.

