



HOJA DE EJERCICIOS – CAMPO GRAVITATORIO

Ejercicio 1.

Consideremos el planeta extrasolar G-876d, que tiene una masa igual a 6 veces la masa de la Tierra y un radio de 1,73 veces el radio de la Tierra. El planeta describe una órbita circular de radio $3,14 \cdot 10^6$ km en torno a la estrella Gliese, cuya masa es de $6,37 \cdot 10^{29}$ kg. Determine: a) La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta. b) La velocidad del planeta en la órbita y su periodo de revolución. c) La energía del planeta en la órbita. Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Ejercicio 2.

Plutón es un planeta enano del sistema solar que describe una órbita con un periodo de 248 años terrestres. Sabiendo que la órbita de Plutón es elíptica y que la excentricidad de la órbita, es decir, el cociente entre la distancia del Sol al centro de la elipse, c y el semieje mayor de la elipse, a , es 0,244, determine: a) La distancia al Sol en la que Plutón está más alejado del mismo (afelio) y en la que está más cercano (perihelio). b) Las velocidades orbitales en el afelio y en el perihelio. Datos: Constante de la Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; Masa del Sol, $M_{\text{Sol}} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Ejercicio 3.

Nos encontramos en una nave espacial de masa $9 \cdot 10^4 \text{ kg}$ sobre la superficie del planeta Saturno. Sabemos que el radio de este planeta es de $5,82 \cdot 10^4 \text{ km}$, su masa de $5,68 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ y su periodo de rotación de 10 horas y 34 minutos. Elige dos apartados a realizar: a) Calcula el valor de la gravedad en la superficie de Saturno y la velocidad que necesita la nave para abandonar el planeta. Deduce razonadamente las expresiones. b) Suponer que se lanza la nave verticalmente y sus motores se apagan justo cuando se encuentra a una altura de 2 veces el radio de Saturno sobre su superficie con velocidad de 1 km/s. Determinar a qué altura (en km) se parará antes de volver a caer sobre Saturno. c) Se quiere lanzar la nave para que orbite alrededor de este planeta de forma geoestacionaria (manteniéndose siempre en la vertical sobre un punto sobre la superficie del planeta). Deducir y calcular la altura a la que orbitará la nave. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Ejercicio 4.

Recientemente se ha descubierto un exoplaneta con posibilidad de albergar vida. Su nombre es “Gliese 12b” y orbita alrededor de su estrella con nombre “Gliese 12”. El exoplaneta presenta un periodo de 12.8 días alrededor de su estrella y la distancia de separación entre ambos es de $1.05 \cdot 10^7$ km (de centro a centro). El radio del planeta es de 6000 km y su masa de $5 \cdot 10^{24}$ kg. El radio de la estrella es de $9 \cdot 10^5$ km. Elige dos apartados a realizar: a) Calcular la velocidad con la que orbita alrededor de la estrella y la masa de la estrella (deducir razonadamente las expresiones). b) ¿Qué velocidad mínima deberíamos proporcionar a una sonda que se hubiera posado en el planeta para que pudiese escapar de la atracción del planeta? Deduce razonadamente la expresión. c) Imagínese que un objeto astronómico impacta con el planeta. En la colisión se desprende un trozo pequeño de masa m del planeta. Este trozo se detiene inmediatamente, y se dirige hacia la estrella con velocidad inicial cero. Halle la velocidad final con la que impactará sobre la superficie de la estrella suponiendo una masa de la estrella de $M = 5.6 \cdot 10^{29}$ kg. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Ejercicio 5.

Nos encontramos en una nave espacial de 50000 kg sobre la superficie de Mercurio. Sabemos que el radio de este planeta es 2440 km y su masa $3.3 \cdot 10^{23}$ kg. a) Determina el valor de la gravedad en la superficie de Mercurio y el peso que tendrá allí la nave. b) Deduce la expresión de la velocidad que necesita la nave para abandonar el planeta y calcula su valor para este caso. c) Suponiendo que cuando se encuentre a una altura de 9 veces el radio de Mercurio su velocidad sea 1 km/s, determina a qué altura (en km) se parará antes de volver a caer sobre Mercurio. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Ejercicio 6.

El exoplaneta Kepler-442b es de momento el más parecido a la Tierra de todos los descubiertos. Si hiciésemos un experimento de medida del periodo de un péndulo de $m=20$ g para determinar su valor, contando el tiempo que tarda en oscilar 5 veces, obtendríamos los siguientes resultados cuando la longitud del péndulo es 30 cm. Explica el procedimiento para determinar el valor de la gravedad en la superficie del planeta y calcula su valor. ¿Qué valor habríamos obtenido con un péndulo que tuviera el doble de masa?

t_5 (s)	4.95	5.02	5.12	4.92	4.89	4.91
-----------	------	------	------	------	------	------

Ejercicio 7.

Como por su propia naturaleza son invisibles, los agujeros negros tienen que ser detectados de manera indirecta. El primero en serlo fue Cygnus X-1, un objeto invisible en torno al cual se veía dar vueltas a una estrella de 30 veces la masa del Sol con un periodo de 5.6 días. La masa que se deduce para el agujero negro es de 7 veces la del Sol. a) Deduce la tercera ley de Kepler y aplícala en este caso para determinar el radio de la órbita de la estrella en torno al agujero negro, expresada en unidades astronómicas (UA). b) Supongamos que en este caso el radio del agujero negro es justo el necesario para que la velocidad de escape en su superficie sea la de la luz. Deduce la expresión de la velocidad de escape y determina el radio del agujero negro, en km. c) Si colocamos un cuerpo en reposo a 1000 km del centro del agujero negro y lo dejamos caer. ¿Qué velocidad llevará (en km/s) cuando haya reducido esa distancia a la cuarta parte? Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_{\text{Sol}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; $1 \text{ UA} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Ejercicio 8.

La Tierra tiene una masa de $5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, y La Luna $7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$. La distancia entre los centros de ambos astros es $3.84 \cdot 10^8 \text{ m}$. Una nave de $3 \cdot 10^4 \text{ kg}$ viaja entre ellos. a. ¿Qué energía potencial tiene la Luna debida a la Tierra? ¿Cuál es su periodo (en días)? b. Determina a qué distancia de la Tierra, en la línea que la une con la Luna, las fuerzas gravitatorias que ambos cuerpos ejercen sobre la nave se cancelan. c. Si en el punto de equilibrio anterior le damos a la nave una velocidad de 1 km/s , ¿cuánto valdrá su energía mecánica total? $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Ejercicio 9.

El 20 de julio de 1969, la nave Apolo 11 consiguió alunizar. Calcula la energía mínima que tendrían que aportar los motores a la nave para poder escapar de la gravedad de la Luna, partiendo de su superficie. ¿Cuál será la velocidad de despegue? Deduce las expresiones necesarias. Datos: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $m_{\text{Luna}} = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$; $R_{\text{Luna}} = 1.74 \times 10^3 \text{ km}$; $M_{\text{nave}} = 45.7 \cdot 10^3 \text{ kg}$

Ejercicio 10.

La Luna tiene una masa de $7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ y un radio de 1740 km . La nave Artemisa, con una masa de 5000 kg , orbita alrededor a una distancia de su centro igual a 5 veces el radio de la Luna. Determina de manera razonada y deduciendo las expresiones matemáticas empleadas: a. El periodo de rotación de la nave, en horas. b. La Energía mecánica de la nave. c. La velocidad mínima que necesitarán proporcionar los cohetes de la nave para abandonar la superficie de la Luna y volver a la Tierra al terminar la misión. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Ejercicio 11.

Si se redujera a la mitad el volumen de la Tierra y perdiese la mitad de su masa. ¿Cómo se vería afectada la aceleración de la gravedad en su superficie?

Ejercicio 12.

El primer exoplaneta detectado en 1995, Dimidio, presenta una órbita circular alrededor de su estrella con una velocidad de 136 km/s y a una distancia de 7.78 millones de km (de centro a centro). Su radio es de 132800 km y su masa $9 \cdot 10^{28}$ kg.

a. Calcula la masa que tiene la estrella en torno a la que orbita, deduciendo la expresión necesaria b. ¿Durante cuántos días tenemos que observar la estrella para registrar 5 tránsitos completos del planeta (es decir 5 vueltas completas alrededor de su estrella) y confirmar su existencia? c. ¿Qué velocidad mínima deberíamos proporcionar a una sonda que se hubiera posado en el planeta para que pudiese escapar de la atracción del planeta? Deduce razonadamente la expresión. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Ejercicio 13.

Dos satélites de igual masa: A y B, describen órbitas circulares de diferentes radios alrededor de la Tierra: $r_A > r_B$. Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál de los dos tiene mayor energía cinética? b) Si los dos satélites estuvieran en la misma órbita $r_A = r_B$ y tuviesen distinta masa $m_A < m_B$, ¿Cuál de los dos tendría más energía cinética?

Ejercicio 14.

Desde una base científica establecida en Urano, queremos lanzar un satélite de comunicaciones que orbite alrededor de este planeta, pero manteniéndose siempre en la vertical de nuestra base. Teniendo en cuenta que el periodo de rotación de Urano es de 17 horas, y la masa del satélite 250 kg determina:

a. La altura sobre la superficie del planeta a que debe orbitar el satélite b. La energía cinética y potencial que posee en esa órbita c. Velocidad con que impactaría con la superficie del planeta si por alguna razón se desestabilizase su órbita y cayera sobre él. Datos: $M_{\text{Urano}} = 8,7 \cdot 10^{25} \text{ kg}$; $R_{\text{Urano}} = 25300 \text{ km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Ejercicio 15.

Deduce razonadamente a qué altura de la superficie terrestre el valor de la gravedad se reduce a la cuarta parte del valor que tiene en la superficie, teniendo en cuenta que $R_T = 6370 \text{ km}$.

Ejercicio 16.

Teniendo en cuenta que la masa del Sol es $2 \cdot 10^{30}$ kg y su radio $7 \cdot 10^8$ m, contesta a lo siguiente: a) Explica qué se conoce como velocidad de escape y deduce su expresión para el Sol. b) Cuando el Sol colapse como enana blanca retendrá un 60% de su masa (el resto se lanza al espacio en una explosión previa) y reducirá su radio al 1% de su valor original. Determina cómo variará su velocidad de escape. c) Calcula el valor original de la gravedad en la superficie del Sol y el valor final tras el colapso. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$