

SOLUCIONES · DERIVADAS

Las derivadas se calculan **paso a paso**, usando reglas estándar. Se indican solo los pasos necesarios para que el razonamiento sea claro y limpio.

Bloque I · Repaso sólido

1.

$$f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 7x - 9$$

Derivamos término a término:

$$f'(x) = 12x^3 - 10x + 7$$

2.

$$f(x) = (2x - 1)(x^3 + 4)$$

Regla del producto:

$$f'(x) = 2(x^3 + 4) + (2x - 1) \cdot 3x^2$$

$$f'(x) = 2x^3 + 8 + 6x^3 - 3x^2$$

$$f'(x) = 8x^3 - 3x^2 + 8$$

3.

$$f(x) = \frac{5x^2 - 3x + 1}{x} = 5x - 3 + \frac{1}{x}$$

Derivamos:

$$f'(x) = 5 - \frac{1}{x^2}$$

4.

$$f(x) = (x^2 - 3x + 1)^5$$

Regla de la cadena:

$$f'(x) = 5(x^2 - 3x + 1)^4 \cdot (2x - 3)$$

5.

$$f(x) = \sqrt{3x^2 - 2x + 1} = (3x^2 - 2x + 1)^{1/2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 2x + 1)^{-1/2}(6x - 2)$$

$$f'(x) = \frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$$

Bloque II · Exponenciales y logarítmicas

6.

$$f(x) = e^{2x}(x^2 - 1)$$

Producto + cadena:

$$f'(x) = 2e^{2x}(x^2 - 1) + e^{2x}(2x)$$

$$f'(x) = e^{2x}(2x^2 + 2x - 2)$$

7.

$$f(x) = \ln(5x^2 - 3x)$$

$$f'(x) = \frac{10x - 3}{5x^2 - 3x}$$

8.

$$f(x) = x^3 \ln x$$

Producto:

$$f'(x) = 3x^2 \ln x + x^3 \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = x^2(3 \ln x + 1)$$

9.

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2} = e^x x^{-2}$$

$$f'(x) = e^x x^{-2} - 2e^x x^{-3}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(x - 2)}{x^3}$$

10.

$$f(x) = \ln \left(\frac{x^2 + 1}{x - 1} \right)$$

Propiedad del logaritmo:

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) - \ln(x - 1)$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} - \frac{1}{x - 1}$$

Bloque III · Trigonometría

11.

$$f(x) = \sin(3x - 1)$$

$$f'(x) = 3 \cos(3x - 1)$$

12.

$$f(x) = x \cos x$$

Producto:

$$f'(x) = \cos x - x \sin x$$

13.

$$f(x) = \tan(2x)$$

$$f'(x) = 2 \sec^2(2x)$$

14.

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

Cociente:

$$f'(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$$

Bloque IV · Nivel alto

15.

$$f(x) = (x^2 + 1)e^{x^2}$$

Producto + cadena:

$$f'(x) = 2xe^{x^2} + (x^2 + 1)e^{x^2} \cdot 2x$$

$$f'(x) = 2xe^{x^2}(x^2 + 2)$$

16.

$$f(x) = \ln(\sqrt{1 + x^2})$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + x^2)$$

$$f'(x) = \frac{x}{1 + x^2}$$

17.

$$f(x) = \arctan(3x)$$

$$f'(x) = \frac{3}{1 + 9x^2}$$

18.

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

19.

$$f(x) = e^{\sin x}$$

$$f'(x) = e^{\sin x} \cos x$$

20.

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x - 1}}$$

Cadena:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x-1}}} \cdot \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$$
