



HOJA DE EJERCICIOS – LÍMITES Y CONTINUIDAD

Ejercicios de carácter competencial propuestos por Academia de Ciencias Lógica para PAU 2026

Ejercicio 1. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

El perfil de una rampa de acceso a un centro logístico se define mediante la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2-4}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ 2x + b & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- (a) Calcula el valor de a para que exista el límite de la función en $x = 2$.
- (b) Una vez hallado a , determina el valor de b para que la rampa sea continua en todo su recorrido.
- (c) Interpreta físicamente qué significaría para un vehículo que la rampa presentara una discontinuidad de salto finito en $x = 2$.

Ejercicio 2. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

En un experimento de física cuántica, la energía liberada en un microsegundo x sigue la función

$$E(x) = \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin(x)}$$

- (a) Comprueba que al intentar calcular la energía en el instante inicial $x = 0$ se obtiene una indeterminación del tipo $0/0$.
- (b) Aplica la Regla de L'Hôpital de forma sucesiva para determinar el valor del límite cuando $x \rightarrow 0$.

Ejercicio 3. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Una empresa de energía aplica diferentes tarifas según el consumo x (en kWh). La función de facturación total es:

$$F(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 10 & \text{si } 0 \leq x \leq 10 \\ b \cdot e^{x-10} + 100 & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

Calcula los valores de a y b sabiendo que la factura es continua en el cambio de tramo ($x = 10$) y que la tasa de variación (derivada) no presenta saltos en dicho punto.

Ejercicio 4. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

La concentración de un reactivo en un proceso químico sigue la función

$$C(t) = \frac{at + \ln(t+1)}{2t}$$

Se sabe que, tras mucho tiempo de reacción, la concentración se estabiliza en un valor de 3 mg/L. (a) Calcula el valor del parámetro a sabiendo que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = 3$$

(b) Utilizando el valor de a obtenido, calcula mediante la Regla de L'Hôpital la concentración inicial teórica, es decir,

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} C(t).$$

Ejercicio 5. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Un dron de vigilancia cambia su modo de vuelo según la distancia al objetivo. Su altura $h(x)$ viene definida por:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{x} & \text{si } x < 0 \\ x + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Determina los valores de a y b para que la altura sea una función continua en todo su dominio. Justifica el uso de límites laterales.

Ejercicio 6. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

La pérdida de potencia de una señal inalámbrica se modeliza mediante el límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos(x) - \sin(x)}{x^3}$$

(a) Calcula dicho límite utilizando la Regla de L'Hôpital.

(b) Si el resultado del límite es menor que $-0,5$, la señal se considera inestable. Determina, tras el cálculo, si la señal cumple los criterios de estabilidad.

Ejercicio 7. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

El crecimiento de una especie protegida se define por

$$P(t) = \left(1 + \frac{1}{at^2}\right)^{t^2}$$

- (a) Determina el valor del parámetro a sabiendo que, a largo plazo, la población tiende a ser e^2 (en miles de individuos).
(b) Explica la relación entre este límite y el número e .

Ejercicio 8. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Considera la función

$$g(x) = \frac{x^2 - kx + 4}{x - 4}$$

- (a) Halla el valor de k para que la función presente una discontinuidad evitable en $x = 4$. (b) Para el valor de k hallado, ¿cuál debería ser el valor de $g(4)$ para que la función fuera continua en dicho punto? (c) Si $k = 0$, describe razonadamente qué tipo de discontinuidad presenta la función.

Ejercicio 9. Modelo competencial 2026 – ACADEMIA DE CIENCIAS LÓGICA

Una empresa de fabricación de componentes electrónicos ha modelizado su coste medio de producción $C(x)$ (en euros) en función del número de unidades producidas x (en miles) mediante la función:

$$C(x) = \frac{ax^2 + bx + 10}{x + 1}$$

Se sabe que, para niveles de producción muy elevados, el coste tiende a comportarse de forma lineal siguiendo la trayectoria de la asíntota oblicua $y = 3x - 5$. (a) Calcula los valores de los parámetros a y b utilizando la definición de límite para el cálculo de asíntotas oblicuas. (b) Determina si existe alguna "barrera" de producción (asíntota vertical) y explica su significado económico en este modelo.